

ÉTUDE PAR ÉLÉMENTS FINIS DES PROBLÈMES DE CONTACT

D. E. KERDAL
G. SELKA
Institut de Génie Civil
USTORAN

RÉSUMÉ

Le Traitement de nombreux problèmes de mécanique rencontrés en Génie Civil, nécessite la modélisation de la discontinuité. Dans ce sens, un programme d'éléments finis à été développé qui procède par une méthode d'itération de rigidité. Cette dernière se révèle très efficace, surtout dans le cas où les discontinuités sont peu nombreuses et à géométrie connue.

Le programme utilise deux types différents d'éléments finis à savoir, l'élément fini de contact type ressort qui sert à modéliser la surface de contact et l'élément rectangulaire quadratique à neuf (09) noeuds pour la discrétisation des massifs. Ce programme a été utilisé pour étudier le comportement d'une poutre console formée par un assemblage de deux poutres, de section rectangulaire.

MOTS CLÉS

Contact • discontinuité • élément de contact • frottement • interface • surface de contact.

1. Introduction

La simulation des conditions de contact est un problème très important dans le domaine de la géomécanique. Qu'ils s'agissent d'un problème de contact entre sol et structure (par exemple sol-fondation, sol-tirant ou sol-pieux) ou de contact entre massif et béton. On ne peut se permettre de négliger le décollement et le frottement sur l'interface de contact.

Une approche du problème consiste à représenter chaque discontinuité par des éléments finis de contact. En prenant en compte la géométrie réelle de la discontinuité et ses caractéristiques mécaniques, afin de déterminer l'état final en tout point de la discontinuité à partir d'un état initial donné et suivant les conditions de chargement, en tenant en compte bien évidemment des critères et des lois de contact.

2. Modélisation de la discontinuité

La résolution du problème consiste à modéliser le comportement d'une surface de discontinuité entre deux solides S_1 , S_2 qui peuvent glisser avec frottement, se décoller ou revenir en contact. Le modèle est composé d'une série d'élément de contact type ressort, reliant un point du solide S_1 à un point du solide S_2 (1-2, 3-4, 5-6, etc., Figure 1). Ces éléments sont compatibles avec les éléments du massif utilisé pour modéliser S_1 et S_2 .

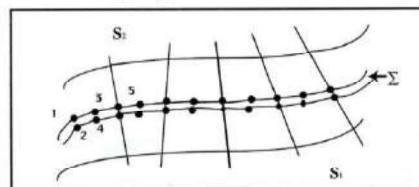


Figure 1 : Modélisation d'une surface de discontinuité

2.1 Élément de contact type ressort

Sur les deux points de l'élément (Figure.2), les forces de contact dans le repère local sont :

$$\begin{aligned} F_{X2} &= -F_{X1} = F_r \\ F_{Y2} &= -F_{Y1} = F_N \end{aligned}$$

Les déplacements sont notés (u_1, v_1) pour le point 1 et (u_2, v_2) pour le point 2 dans ce repère.

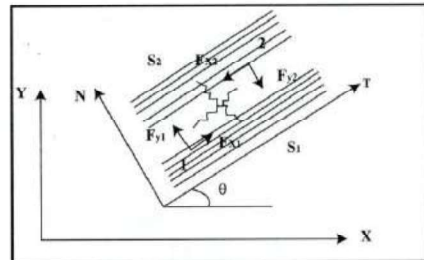


Figure 2 : Élément de contact

Les relations entre les forces de contact et les déplacements s'écrivent :

Pour le cas d'un ressort tangentiel K_T :

$$\begin{Bmatrix} F_{X1} \\ F_{X2} \end{Bmatrix} = K_T \begin{bmatrix} M & -M \\ -M & M \end{bmatrix} X \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

et pour le cas d'un ressort normal K_N :

$$\begin{Bmatrix} F_{Y1} \\ F_{Y2} \end{Bmatrix} = K_N \begin{bmatrix} N & -N \\ -N & N \end{bmatrix} X \begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

$M = 1$ ou 0 suivant que le ressort tangentiel existe ou non.

$N = 1$ ou 0 suivant que le ressort normal existe ou non.

K est le facteur de pénalisation qui est égal à :

$$K = K_N = K_T = 10^5 \cdot E_{\text{tyg}}$$

où E_{tyg} est le rapport des modules d'Young des deux solides S_1 et S_2 . La matrice de rigidité de l'élément de contact devient dans le repère local :

$$\begin{Bmatrix} F_{X1} \\ F_{Y1} \\ F_{X2} \\ F_{Y2} \end{Bmatrix} = K \cdot \begin{bmatrix} M & 0 & -M & 0 \\ 0 & N & 0 & -N \\ -M & 0 & M & 0 \\ 0 & -N & 0 & N \end{bmatrix} X \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

3. Modélisation des solides

Puisque l'étude s'est faite en élasticité plane, alors le champ de déplacement sera défini par les déplacements U et V dans le repère cartésien. Les massifs seront modélisés par des éléments rectangulaires quadratiques à (09) nœuds. Ces éléments ont une variation quadratique le long des côtés verticaux et horizontaux de l'élément rectangulaire. La fonction d'interpolation $\phi(x, y)$ sera assurée par le polynôme $\phi(x, y)$ du 2^{ème}

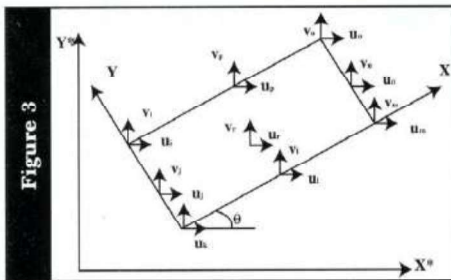


Figure 3

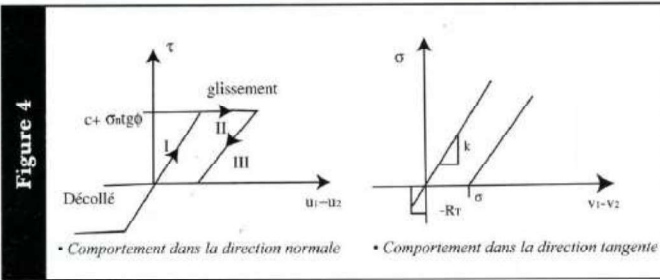


Figure 4

ordre exprimé en x et y et présentant neuf (09) coefficients (Fig.3)

$$\phi(x, y) = \alpha_1 + \alpha_2x + \alpha_3y + \alpha_4x^2 + \alpha_5y^2 + \alpha_6xy + \alpha_7x^2y + \alpha_8xy^2 + \alpha_9x^2y^2 \quad (4)$$

4. Loi de comportement de la discontinuité

Les différents critères qui permettent de suivre l'évolution de la surface de contact sont :

a) Critère de résistance à la traction

$$\sigma_n - R_T \leq 0 \quad (5)$$

σ_n : contrainte normale à la discontinuité (positive en traction).

R_T : la résistance à la traction de discontinuité.

b) Critère de frottement de Coulomb

$$|\sigma_T| \leq \mu |\sigma_n| \quad (6)$$

μ : coefficient de frottement.

c) Critère d'ouverture

$$(v_1 - v_2) < e \quad (7)$$

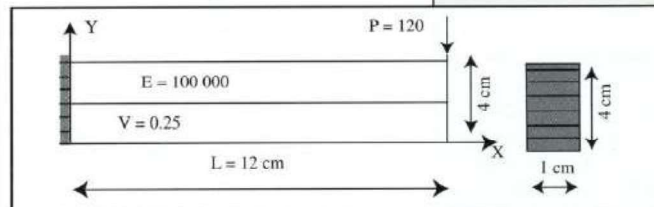
e : étant l'ouverture initiale du joint.

Ces critères sont représentés ci-dessus (Fig. 4) La méthode consiste suivant l'état de l'élément et les critères que l'on veut respecter, à imposer ou non une rigidité tangentielle K_T ou normale K_N très grande entre les deux noeuds qui forment l'élément de contact.

A la fin de chaque itération, on calcule les contraintes de contact dans les éléments de contact, et on vérifie si les critères sont satisfaits. Si ce n'est pas le cas, la rigidité tangentielle et / ou normale sera modifié, en conséquence : Si le critère (a) n'est pas satisfait, on fait $K_T = K_N = 0$, les deux points sont alors détachés. Si le critère (b) n'est pas satisfait, on fait $K_T = 0$ et on laisse $K_N \neq 0$, les deux points sont alors en glissement. On n'impose par contre les contraintes $|\sigma_T| = |\sigma_{T2}|$ égale à la contrainte de frottement limite de Coulomb, le signe étant donné par le signe de $(u_1 - u_2)$. Si le critère (c) n'est pas satisfait, on rétablit les rigidités K_T et K_N les deux points sont alors collés ou recollés.

5. Application : Comportement d'une poutre composite

Il s'agit d'une poutre console formée par un assemblage de deux poutres de section rectangulaire, d'épaisseur l'unité, de hauteur $h=4$ cm et longueur $L=12$ cm. Elle est soumise en son extrémité libre à une force $P=120$ kg (Figure 5). Le modèle de calcul comporte 54 noeuds, 08 éléments de massif à 09 noeuds et 09 éléments de contact à 02 noeuds type ressort ayant une résistance à la traction nulle (Figure 6). Ces éléments sont collés au départ.

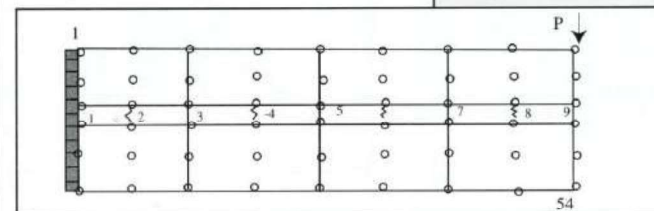


Les résultats obtenus par le programme Contact2D concordent bien avec la solution théorique d'élasticité pour une poutre continue.

Figure 3 : Élément rectangulaire à 9 noeuds

Figure 4 : Comportement dans les deux directions

Figure 5 : Poutre console



Nous présentons aux figures 7 et 8 le maillage déformé de la poutre console sous l'action de la force P, avec la distribution des contraintes σ_x le long de la poutre.

La figure 9 donne la variation des contraintes σ_x le long de l'axe Y à l'abscisse $x = 1.5$ cm. Elle permet de voir la création (courbe 2) des contraintes de traction et de compression dans la zone de contact des deux poutres. Ces contraintes sont dues à la présence de discontinuité. Pour étudier l'influence de l'épaisseur du joint sur le comportement de la poutre composite, nous avons considéré une ouverture initiale du joint $e = 2$ mm entre les deux poutres et en gardant les mêmes conditions que précédemment. La modi-

Figure 6 : Maillage de la poutre console

Méthode

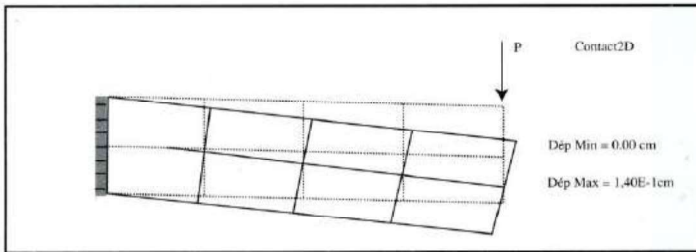


Figure 7 : Déformée de la poutre console sous la charge de 120 kg

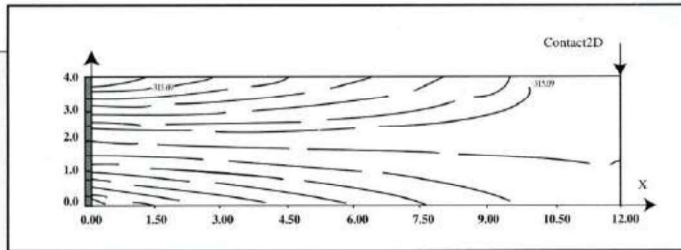


Figure 8 : Distribution des contraintes σ_x le long de la poutre console

BIBLIOGRAPHIE

[1] HERTZ H. : "JOURN. MATH. VOL.92 CITÉ PAR S. TIMOSHENKO. «Théorie de l'élasticité».

[2] SOON-SEOK LEE - «A computation method for frictional contact problem using finite element method» International Journal for numerical methods in engineering, Vol. 37,217-228 [1994].

[3] BATHE K.J. «Finite élément procédures in engineering analysis». Prentice Hall U.S.A

[4] DHAT G. & BATOZ J.L «Modélisation des structures par élément finis» Edition Hermès, Paris [1990].

fication apportée sur le champ des contraintes peut se juger à partir des champs d'isocontraintes donnés dans la figure 10.

La condition de l'ouverture du joint modifie d'environ 8% les valeurs des contraintes σ_x . Cette augmentation serait encore plus grande si l'épaisseur du joint était grande.

Les points notés par «+» dans la figure 10 représentent les éléments de contact trouvés en état de décollement, tandis que les points notés par «⊗» représentent les éléments de contact trouvés en état de glissement.

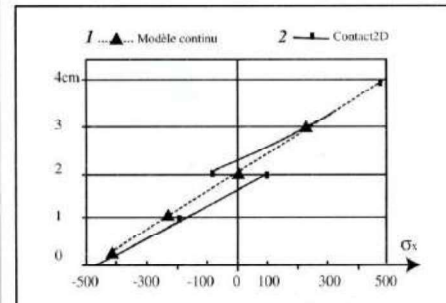


Figure 9 : Distribution des contraintes σ_x le long de l'axe Y à l'abscisse $x = 1.5$ cm

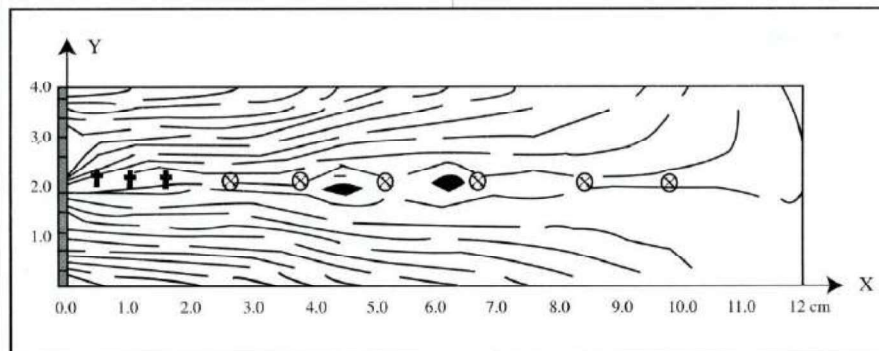


Figure 10 : Distribution des contraintes σ_x le long de la poutre console avec ouverture initiale $e = 2$ mm

6. Conclusion

L'analyse des résultats des applications traités permet d'en tirer plusieurs conclusions dont les plus importantes sont :

La description de HERTZ du contact qui sous-entend les déformations d'un milieu semi-infini est insuffisante. L'exemple traité montre que l'équilibre dans un contact n'est pas seulement un problème de surface.

L'assimilation d'une poutre composite comme étant un corps continu amène à négliger le rôle des interfaces entre les deux poutres et ne reflète pas le comportement réel de chaque poutre.

La nature des interfaces a une grande influence sur la valeur et la distribution des contraintes de contact.

L'épaisseur du joint entre les deux poutres a une grande influence sur la valeur des contraintes de contact ■